

29/10/18

הרצאה מס' 5 - טופולוגיה

הצגה -

$(X, \Omega_X), (Y, \Omega_Y)$ שני מרחבים טופולוגיים. $f: X \rightarrow Y$ רצופה אמיל.
 $U \in \Omega_Y$ מקיים $f^{-1}(U) \in \Omega_X$ (גמורה הפוכה של קבוצה פתוחה, קבוצה פתוחה)
 סימון - $f \in C(X, Y)$
 נשים לב,

למה - $f \in C(X, Y)$ אם ורק אם $f^{-1}(F)$ מקיים F סגורה סגורה X .

הוכחה - נחזק, $Y \cap F \in \Omega_Y$ לפי ההגדרה ו- $f^{-1}(F) = X \cap f^{-1}(F)$ אם $f \in C(X, Y)$
 קבוצה סגורה גמורה הפוכה סגורה סגורה אם f^{-1} קבוצה פתוחה גמורה הפוכה פתוחה 'מקיים'.

השקפה - $(X, \Omega_X), (Y, \Omega_Y)$ מרחבים טופולוגיים, $f: X \rightarrow Y$, $a \in X$ (אמר)
 ש- f רצופה בנקודה a אם ורק אם סביבה של $f(a)$, (אמר) U קיימת סביבה
 V של a כך ש- $f(V) \subset U$
 (נחזק) כמו במקרים אחרים, סביבה זה קטן סביבה a סביבה ϵ

למה - $f \in C(X, Y)$ אם ורק אם $f \in C(X, Y)$ אם ורק אם f רצופה בנקודה x .
הוכחה - אם $f \in C(X, Y)$ (נניח שהיא רצופה בנקודה x), אז לכל $x \in X$ ולכל סביבה
 U של $f(x)$ מקיים $f^{-1}(U)$ קבוצה פתוחה (סביבה x של $f^{-1}(U)$ - $f^{-1}(U) \subset X$
 ואם U סביבה של x ו- $f^{-1}(U) \subset X$. מכיוון הפוך, (ניתן ש- f רצופה
 בכל נקודה x של X ו- $f \in C(X, Y)$ כפי שהוכחנו הפוכה הפוכה של x באור קבוצה פתוחה
 גמורה $f^{-1}(U) \subset X$, $f(x) = b$, U פתוחה x סביבה של b , ו- f רצופה ב- x
 קיימת סביבה $V_x \subset X$ כך ש- $f(V_x) \subset U$ ולפיכך $f^{-1}(U) = \bigcup_{x \in f^{-1}(U)} V_x$
 וזו קבוצה פתוחה

למה - $f \in C(X, Y), g \in C(Y, Z)$ אז $g \circ f \in C(X, Z)$
הוכחה - נראה מתוך ההגדרה.

למה - $A \subset X, f \in C(X, Y), f|_A \in C(A, Y)$ אז $Im f \subset B \subset Y$ אז $f \in C(X, B)$
הוכחה - נראה מתוך ההגדרה.

$f \in C(A, Y)$ ו- $g \in C(B, Y)$ מרכיבים את הפונקציה $h: X \rightarrow Y$ כאשר $X = A \cup B$.
 $h(x) = \begin{cases} f(x) & : x \in A \\ g(x) & : x \in B \end{cases}$

הפונקציה $h^{-1}(F)$ היא הפונקציה הפולחנית של F ו- $F \subseteq Y$.
 $h^{-1}(F) = \{x \in X = A \cup B \mid h(x) \in F\} = \{x \in A \mid h(x) \in F\} \cup \{x \in B \mid h(x) \in F\}$
 $= f^{-1}(F) \cup g^{-1}(F)$

הפונקציה $f^{-1}(F)$ היא הפונקציה הפולחנית של F ו- $F \subseteq Y$.
 הפונקציה $g^{-1}(F)$ היא הפונקציה הפולחנית של F ו- $F \subseteq Y$.

הפונקציה $f: X \rightarrow Y$ היא הפונקציה הפולחנית של F ו- $F \subseteq Y$.
 $C(Y, X) \ni f^{-1}, (f \in C(X, Y))$

$\arcsin: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \arctan: \mathbb{R} \rightarrow (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), x^2: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

הפונקציה $f: X \rightarrow Y$ היא הפונקציה הפולחנית של F ו- $F \subseteq Y$.
 $X \sim Y$

הפונקציה $f: X \rightarrow Y$ היא הפונקציה הפולחנית של F ו- $F \subseteq Y$.
 $X \sim Y$

הפונקציה $f: X \rightarrow Y$ היא הפונקציה הפולחנית של F ו- $F \subseteq Y$.

הפונקציה $f: X \rightarrow Y$ היא הפונקציה הפולחנית של F ו- $F \subseteq Y$.
 $A \cap B = \emptyset, A, B \in \Omega_X$

הפונקציה $f: X \rightarrow Y$ היא הפונקציה הפולחנית של F ו- $F \subseteq Y$.
 $\sigma(A), \sigma(B)$